

COURSE DESCRIPTION – ACADEMIC YEAR 2025/2026

Course title	Mathematical Analysis II
Course code	42194
Scientific sector	MAT/07
Degree	Industrial and Mechanical Engineering L-9
Semester	2°
Year	1°
Credits	9
Modular	No

Total lecturing hours	60
Total lab hours	30
Attendance	Suggested
Prerequisites	Although there are no formal prerequisites, knowledge of the content of the courses of Mathematical Analysis I and Geometry is strongly recommended.
Course page	Microsoft Teams

Specific educational objectives	<p>The course belongs to the “area di apprendimento di base”, and more specifically to the scientific area of mathematics, informatics, statistics. It is a core course.</p> <p>The course provides a general overview of scientific tools and contents.</p> <p>The educational objectives of the course are given by the knowledge of the concepts and techniques of multivariable differential calculus, vector functions and vector fields. Such a knowledge is necessary for an understanding of the content of several among the courses in the bachelor program. The emphasis is on the ability to formulate in mathematical terms and then solve problems involving several variables, and in particular geometric-type problems in a three-dimensional space, to find relative and absolute maxima and minima of functions of two or more variables, to find constrained maxima and minima, to calculate simple double and triple integrals, with special attention to those of interest in mechanics and physics, to know how to employ spherical and cylindrical coordinates, to calculate simple curvilinear or surface integrals, both of a scalar and a vector field. Also, an introduction to the theory of ordinary differential equations is part of the course. For example, students learn how to solve certain linear equations. Finally, if there is time, the use of a software as Maple or Mathematica in connection with the topics in the course is illustrated to the students.</p>
--	--

Lecturer	Prof. Maria Letizia Bertotti http://www.unibz.it/en/engineering/people/StaffDetails.html?personid=26965&hstf=26965
Contact	NOI Tech Park - Building B1, Room 5.11 e-mail: MariaLetizia.Bertotti@unibz.it tel. 0471 017130
Scientific sector of lecturer	MATH/04
Teaching language	Italian
Office hours	by appointment
Lecturing Assistant (if any)	
Contact LA	
Office hours LA	
List of topics	<ul style="list-style-type: none"> • Functions of several variables (differential calculus) • Vector functions, curves and vector fields • Double and triple integrals • Line integrals and surface integrals • Elements of Ordinary Differential Equations (essentially, linear equations) <p><u>Detailed description:</u></p> <p>Functions of several real variables. Generalities. Limits and continuity. Partial derivatives. Higher order derivatives. Partial derivatives of composed functions. Linear approximation and differentiability. Vector valued functions: Jacobian matrix. The gradient and directional derivatives. Taylor formula and approximations. Local and global maxima and minima. Hessian matrix. Critical points and their classification. Constrained maxima and minima: Lagrange multiplier method. Elements of linear programming. Curves. Length of a curve. Curvilinear integrals of scalar functions and vector fields. Conservative fields. Necessary conditions and sufficient conditions for a field to be conservative. The gradient, the divergence and the rotor and their applications in physics. Double and triple integrals. Surface integrals of scalar functions and vector fields (flows). The Gauss, Green, Stokes theorems. Models expressed by differential equations. Existence and uniqueness of the solution of a Cauchy problem. Linear differential equations of the second order with constant coefficients, homogeneous and non-homogeneous.</p>
Teaching format	Frontal lectures and exercises.
Learning outcomes	<p>Knowledge and understanding:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Knowledge and understanding of concepts, symbolism, and techniques of multivariable differential calculus and of vector differential calculus.

	<p>2. Knowledge and understanding of basic mathematical modelling and basic elements of differential equations.</p> <p>Applying knowledge and understanding:</p> <p>3. Applying knowledge and understanding in solving exercises and problems (arising, in particular in engineering) that require formalization, tools and methods learned in the course, for example, finding absolute, relative, or constrained maxima and minima of functions of several variables, calculating simple double and triple integrals, curvilinear and surface integrals of both scalar and vector fields, finding the solutions of specific linear ordinary differential equations.</p> <p>Making judgments:</p> <p>4. Ability to choose a right approach and convenient tools towards tackling problems and questions which can be mathematically formulated.</p> <p>Communication skills:</p> <p>5. Ability to report on the calculations in a clear and effective way.</p> <p>Learning skills:</p> <p>6. Ability to autonomously extend and adapt the acquisition and assimilation of the symbolism, methods and tools of this course for the understanding of the content of a consistent part of the courses in this academic curriculum.</p>
--	--

Assessment	<p>Written exam consisting in a number of exercises containing various specific questions, relative to the topics of the program. The student receives a form (a folded A3 sheet of paper, with four pages) prepared by the lecturer, on which reporting, for every exercise, both the theoretical formulae or arguing which justify the choice of the methods and tools employed by the student and the calculations which lead to the result.</p> <p>Summative assessment</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Form</th> <th>%</th> <th>Length /duration</th> <th>ILOs assessed</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Written exam – exercises</td> <td>100%</td> <td>2 hours and a half</td> <td>1, 2, 3, 4, 5, 6</td> </tr> </tbody> </table>	Form	%	Length /duration	ILOs assessed	Written exam – exercises	100%	2 hours and a half	1, 2, 3, 4, 5, 6
Form	%	Length /duration	ILOs assessed						
Written exam – exercises	100%	2 hours and a half	1, 2, 3, 4, 5, 6						
Assessment language	Italian								
Assessment Typology	Monocratic								

<p>Evaluation criteria and criteria for awarding marks</p>	<p>The evaluation is expressed through a unique mark. For the exam to be passed, the mark must be greater or equal to 18/30.</p> <p>Shortly, the following are relevant for the evaluation: the identification of a adequate solution method, the knowledge about which formulae and/or tools to apply and/or use, the logic and clarity of the argument, the ability to correctly complete the exercises, the number of exercises solved.</p> <p>More in detail, the evaluation is based on:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. the knowledge and understanding of the course issues: indeed, the student must understand the questions and place them exactly in the context of the theory explained in the course (weight in awarding marks is 30%). 2. the ability to apply acquired knowledge and understanding: the student must solve the exercises, thus applying the theoretical knowledge and understanding of the course issues (weight in awarding marks in connection with the methods employed is 30%). Of course, also the fact whether calculations are correct or not is significant (weight in awarding marks is 10%); 3. the making judgements: the student chooses solution method, which is not always unique and the ability of making judgments is evaluable based on this choice (weight in awarding marks is 10%); 4. the clarity and completeness of the description: they allow evaluation of communication skills (weight in awarding marks is 10%). 5. Altogether, the way how the written examination is worked out allows to assess the learning skills of the student (weight in awarding marks is 10%).
<p>Required readings</p>	<p>Robert A. Adams & Christopher Essex, Calcolo Differenziale 2. Funzioni di più variabili, Casa Editrice Ambrosiana (2014), or also one of the previous versions, for example: Robert A. Adams, Calcolo Differenziale 2. Funzioni di più variabili, Casa Editrice Ambrosiana (2007).</p> <p>Subject Librarian: David Gebhardi, David.Gebhardi@unibz.it and Ilaria Miceli, Ilaria.Miceli@unibz.it</p>
<p>Supplementary readings</p>	
<p>Software used</p>	

Titolo del corso	Analisi Matematica II
Codice del corso	42194
Settore scientifico	MAT/07
Corso di studio	Bachelor L-9 Ingegneria Industriale e Meccanica
Semestre	2°
Anno del corso	1°
Crediti formativi	9
Modulare	no

Numero totale di ore di lezione	60
Numero totale di ore di esercitazioni	30
Frequenza	Consigliata
Corsi propedeutici	Anche se non ci sono propedeuticità formali, è fortemente raccomandata la conoscenza dei contenuti di Geometria, Analisi Matematica I
Sito web del corso	Microsoft Teams

Obiettivi formativi specifici del corso	<p>Il corso appartiene all'area di apprendimento di base e, nello specifico, all'ambito disciplinare della matematica, informatica, statistica. È un corso obbligatorio.</p> <p>L'obiettivo del corso è di assicurare agli studenti una adeguata padronanza di contenuti e metodi scientifici generali.</p> <p>Il corso si pone come obiettivo disciplinare quello di fornire agli studenti la conoscenza dei concetti e delle tecniche propri del calcolo differenziale per funzioni di più variabili e del calcolo differenziale vettoriale. Tale conoscenza è necessaria per la comprensione dei contenuti di buona parte degli insegnamenti del percorso curricolare. L'enfasi viene posta sulla capacità di formulare in termini matematici e poi risolvere problemi coinvolgenti più variabili ed in particolare problemi di natura geometrica nello spazio tridimensionale, trovare massimi e minimi relativi ed assoluti per funzioni di due o più variabili, massimi e minimi vincolati, calcolare semplici integrali doppi e tripli con particolare riferimento a quelli di interesse in meccanica e fisica, saper usare le coordinate sferiche e cilindriche, calcolare semplici integrali di linea e di superficie di campi scalari e vettoriali. Nel corso sono anche discussi elementi di equazioni differenziali ordinarie, e si impara a risolvere particolari equazioni lineari. Infine, se il tempo lo concede, ci si prefigge anche di illustrare l'impiego di software quali Maple o Mathematica in relazione agli argomenti del corso.</p>
--	---

Docente	Prof. Maria Letizia Bertotti
Contatti	NOI Tech Park - Building B1, Room 5.11

	e-mail: MariaLetizia.Bertotti@unibz.it , tel. 0471 017130, https://www.unibz.it/en/faculties/engineering/academic-staff/person/26965-maria-letizia-bertotti
Settore scientifico-disciplinare del docente	MATH/04
Lingua ufficiale del corso	Italiano
Orario di ricevimento	Su appuntamento
Collaboratore didattico (se previsto)	
Contatti CD	
Orario di ricevimento CD	
Lista degli argomenti	<ul style="list-style-type: none"> • Funzioni di più variabili reali (calcolo differenziale) • Funzioni vettoriali, curve e campi vettoriali • Integrali doppi e tripli • Integrali di linea e di superficie • Elementi di equazioni differenziali ordinarie (essenzialmente equazioni lineari) <p><u>Descrizione dettagliata:</u> Funzioni di più variabili reali. Generalità. Limiti e continuità. Derivate parziali. Derivate di ordine superiore. Derivazione parziale di funzione composte. Approssimazione lineare e differenziabilità. Funzioni a valori vettoriali: matrice Jacobiana. Gradiente e derivata direzionale. Formula di Taylor ed approssimazioni. Massimi e minimi relativi ed assoluti. Matrice Hessiana. Punti critici e loro classificazione. Massimi e minimi vincolati: il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Cenni a problemi di programmazione lineare. Campi scalari e campi vettoriali. Curve. Lunghezza di una curva. Integrali di linea di campi scalari e di campi vettoriali. Campi conservativi. Condizioni necessarie e condizioni sufficienti per la conservatività di un campo vettoriale. Gradiente, divergenza e rotore e loro applicazioni in fisica. Integrali doppi e tripli. Integrali di superficie di campi scalari e campi vettoriali (flussi). Modelli descritti mediante equazioni differenziali. Il problema della esistenza ed unicità della soluzione del problema di Cauchy. Equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti, omogenee e non omogenee.</p>
Attività didattiche previste	Lezioni frontali ed esercitazioni.
Risultati di apprendimento attesi	Conoscenza e comprensione: <ol style="list-style-type: none"> 1. Conoscenza e comprensione di concetti, del formalismo e delle tecniche propri del calcolo differenziale per funzioni di più variabili e del calcolo differenziale 2. Conoscenza e comprensione di elementi di base della modellazione matematica e di nozioni di base sulle equazioni differenziali.

	<p>Capacità di applicare conoscenza e comprensione:</p> <p>3. Conoscenza e capacità di affrontare esercizi e risolvere problemi (in particolare di tipo ingegneristico) che richiedono la formalizzazione e l'impiego di strumenti e metodi appresi nel corso, ad esempio trovando massimi e minimi assoluti, relativi, o vincolati di funzioni di più variabili, calcolando semplici integrali doppi o tripli, integrali di linea e di superficie di campi scalari e vettoriali, trovando le soluzioni di particolari equazioni differenziali ordinarie lineari.</p> <p>Autonomia di giudizio:</p> <p>4. Capacità di scegliere un approccio corretto e metodi adeguati per affrontare problemi e questioni formalizzabili matematicamente.</p> <p>Capacità di comunicazione:</p> <p>5. Capacità di presentare l'elaborato ed i calcoli in modo chiaro e ben strutturato.</p> <p>Capacità di apprendimento:</p> <p>6. Capacità di estendere ed adattare l'acquisizione del formalismo, degli strumenti e dei metodi di questo corso per la comprensione dei contenuti di buona parte degli insegnamenti del percorso curricolare.</p>
--	---

Metodo d'esame	<p>Esame scritto consistente nella soluzione di esercizi, nei quali sono formulate alcune domande specifiche, relative a vari punti del programma. Il compito viene svolto su un modulo prestampato preparato dal docente (un foglio A3 piegato in due, con quattro pagine) e deve contenere per ogni esercizio sia i richiami della teoria che giustifica la scelta del metodo e delle tecniche impiegate dallo studente che lo svolgimento dei calcoli che portano al risultato finale.</p> <p>Summative assessment</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Form</th> <th>%</th> <th>Length /duration</th> <th>ILOs assessed</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Written exam - exercises</td> <td>100%</td> <td>2 ore e mezza</td> <td>1, 2, 3, 4, 5, 6</td> </tr> </tbody> </table>	Form	%	Length /duration	ILOs assessed	Written exam - exercises	100%	2 ore e mezza	1, 2, 3, 4, 5, 6
Form	%	Length /duration	ILOs assessed						
Written exam - exercises	100%	2 ore e mezza	1, 2, 3, 4, 5, 6						
Lingua dell'esame	Italiano								
Assessment Typology	Monocratico								
Criteri di misurazione e criteri di attribuzione del voto	La valutazione è espressa mediante un unico voto. Affinché l'esame sia superato, il voto deve essere maggiore o uguale a 18/30.								

	<p>Sono rilevanti ai fini della valutazione: la scelta di un adeguato metodo di soluzione degli esercizi proposti, la conoscenza delle formule e/o strumenti da applicare e/o impiegare, la logica e la chiarezza del lo svolgimento, la capacità di completare correttamente gli esercizi, il numero di esercizi risolti.</p> <p>Nel dettaglio la valutazione si basa su:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1 conoscenza e comprensione degli argomenti del corso: lo studente deve comprendere i quesiti e collocarli nel contesto della teoria studiata nel corso (pesa per il 30% nella attribuzione del voto); 2 capacità di applicare la conoscenza e la comprensione maturate: lo studente deve risolvere gli esercizi, applicando la conoscenza e la comprensione teorica degli argomenti del corso (pesa per il 30% nella attribuzione del voto). Naturalmente, anche la correttezza dei calcoli ha un ruolo nella valutazione (pesa per il 10% nella attribuzione del voto); 3 autonomia di giudizio: lo studente sceglie il metodo di soluzione che non sempre è unico e l'autonomia di giudizio è valutabile in base a questa scelta (pesa per il 10% nella attribuzione del voto); 4 chiarezza e completezza dell'elaborato: esse permettono la valutazione della capacità di comunicazione (pesa per il 10% nella attribuzione del voto). 5 Nel complesso, il modo in cui il compito scritto viene svolto permette di valutare la capacità di apprendimento dello studente (pesa per il 10% nella attribuzione del voto).
<p>Bibliografia fondamentale</p>	<p>Robert A. Adams & Christopher Essex, Calcolo Differenziale 2. Funzioni di più variabili, Casa Editrice Ambrosiana (2014), or also one of the previous versions, for example: Robert A. Adams, Calcolo Differenziale 2. Funzioni di più variabili, Casa Editrice Ambrosiana (2007).</p> <p>Subject Librarian: David Gebhardi, David.Gebhardi@unibz.it and Ilaria Miceli, Ilaria.Miceli@unibz.it</p>
<p>Bibliografia consigliata</p>	
<p>Software usato</p>	