Freie Universität Bozen
Libera Università di Bolzano
Università Liedia de Bulsan

Syllabus
Descrizione del corso

Titolo del corso	Geometria
Codice del corso	42124
Settore scientifico disciplinare del corso	MAT/05
Corso di studio	Ingegneria Industriale Meccanica L-9
Semestre	1°
Anno del corso	1°
Anno accademico	2017-2018
Crediti formativi	8
Modulare	NO

Numero totale di ore di lezione	52
Numero totale di ore di laboratorio	
Numero totale di ore di esercitazioni	21
Frequenza	Consigliata
Corsi propedeutici	
Sito web del corso	https://next.unibz.it/en/faculties/sciencetechnology/bachelor-industrial-mechanical-engineering/course-offering/

Obiettivi formativi specifici del corso	Il corso appartiene all'area di apprendimento di base e, nello specifico, all'ambito disciplinare della matematica, informatica, statistica. È un corso obbligatorio. L'obiettivo del corso è di assicurare agli studenti una adeguata padronanza di contenuti e metodi scientifici generali. Il corso si pone come obiettivo disciplinare quello di fornire agli studenti la conoscenza dei concetti e delle tecniche propri di (1) Algebra Lineare di vettori e matrici, spazi vettoriali generali. (2) Geometria analitica dello spazio tridimensionale, con metodi vettoriali. (3) Elementi di calcolo e soluzione di equazioni nel campo dei numeri complessi. Tale conoscenza è necessaria per la comprensione dei contenuti di buona parte degli insegnamenti del percorso curricolare. L'enfasi viene posta sulla capacità di formulare in termini matematici e poi risolvere problemi relativi ai punti (1), (2), (3). Lo scopo del corso è di sviluppare capacità di rappresentazione vettoriale in tre e più dimensioni, che sono fondamentali per i corsi di Fisica e Analisi II, e

	sviluppate parallelamente anche nel corso di Disegno Tecnico. Ciò avviene attraverso lo studio dei concetti di rette e piani nello spazio, descritti sia in forma parametrica che cartesiana. Lo studio dell'algebra lineare mette in relazione il numero di dimensioni dello spazio con il numero di vettori di base che permettono, mediante combinazione lineare, di ottenere ogni vettore dello spazio. Particolare importanza ha il concetto di dipendenza e indipendenza lineare di vettori, che compare in molti altri settori della matematica. L'introduzione delle matrici permette di dare un ulteriore esempio di spazio vettoriale come insieme in cui è permessa l'operazione di combinazione lineare, e inoltre di generalizzare la definizione di funzione lineare a trasformazioni da $\mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}^n$, introducendo i concetti di isometria, autovalore e autovettore. L'introduzione dei numeri complessi completa il quadro, trattandosi di un campo che generalizza i reali e nel quale esistono sempre n soluzioni di una equazione algebrica di grado n. Le applicazioni dei numeri complessi all'elettrotecnica sono rilevanti.

Docente	Prof. Giovanni Modanese, Palazzo K, Stanza 1.13, e-mail: Giovanni.Modanese@unibz.it, tel. 0471 017134, https://www.unibz.it/en/faculties/sciencetechnology/academic-staff/person/494-giovanni-modanese
Settore scientifico disciplinare del docente	MAT/07
Lingua ufficiale del corso	Italiano
Orario di ricevimento	
Collaboratore didattico (se previsto)	No
Orario di ricevimento	
Lista degli argomenti trattati	VETTORI: Vettore applicato. Vettori equipollenti. Spazi V_0^2, V_0^3. Operazioni in V_0^2: somma, e sue proprietà; differenza; prodotto per uno scalare, e sue proprietà; proprietà dello zero. V_0^2 e V_0^3 come "spazi vettoriali". Combinazione lineare di 2 vettori. Teorema della base di V_0^2. Combinazione lineare di n vettori. Base di V_0^3. Spazio $\mathbf{R}^2$, $\mathbf{R}^3$, $\mathbf{R}^n$; notazioni. Struttura dello spazio vettoriale di $\mathbf{R}^n$ e proprietà delle operazioni. Combinazione lineare in $\mathbf{R}^n$. Basi canoniche di $\mathbf{R}^2$, $\mathbf{R}^3$, $\mathbf{R}^n$. Spazio vettoriale generale e suo isomorfismo con $\mathbf{R}^n$. Condizioni sulle coordinate per vettori equipollenti. Retta nel piano in forma parametrica. Condizioni di appartenenza alla retta parametrica con $\lambda + \mu = 1$. Prodotto scalare e "norma" di

	un vettore in $\mathbf{R}^n$. Proprietà del prodotto scalare. Disuguaglianza triangolare, disuguaglianza di Schwarz, teorema di Carnot. MATRICI: Definizione. Notazione per gli elementi. Matrice quadrata. Vettore riga e colonna. Spazio $M_{m,n}(\mathbf{R})$, $M_n(\mathbf{R})$. Addizione e moltiplicazione per scalare in M_2. Matrice nulla ed opposta. $M_{m,n}(\mathbf{R})$ è uno spazio vettoriale. Combinazione lineare di matrici. Base in M_2. Base in $M_{m,n}(\mathbf{R})$. Prodotto di matrici: per componenti e "riga per colonna". Matrice identità. Proprietà del prodotto di matrici. Tipi particolari di matrice. Matrici invertibili. Proprietà dell'inversa. Matrice trasposta e sue proprietà. SISTEMI LINEARI: Esempi elementari con 2 equazioni in 2 incognite; caso impossibile e indeterminato; numero delle incognite vs. numero delle equazioni "indipendenti". Scrittura di un sistema $m\times n$ in forma matriciale: matrice dei coefficienti, vettore colonna dei termini noti, matrice completa. Sistemi omogenei. Soluzione di un sistema, sistema compatibile, soluzione banale, autosoluzione, sistemi equivalenti. Proprietà delle soluzioni di un sistema omogeneo: (a) le loro combinazioni lineari sono soluzioni; (b) tutte le soluzioni di un sistema non omogeneo si ottengono aggiungendo una sua soluzione particolare a una soluzione del corrispondente omogeneo. Metodo di riduzione di Gauss: scopo e procedimento. Trasformazioni permesse. Triangolazione della matrice dei coefficienti. Distinzione tra i casi con soluzione unica, impossibile, indeterminato. Definizione di dipendenza e indipendenza lineare di vettori. DETERMINANTE E RANGO: Definizione ricorsiva del determinante. Minore e complemento algebrico. Regola di Laplace (sviluppo per righe o colonne). Proprietà del determinante: annullamento, scambio di righe o colonne, linearità, determinante del prodotto (teorema di Binet). Calcolo della matrice inversa. Rango di una matrice: definizione tramite determinanti, o il numero di righe o colonne linearmente indipendenti. Teorema di Rouchè-Capelli e applicazioni. Metodi per determinare la dipendenza o indipendenza lineare di vettori. TRASFORMAZIONI LINEARI: Funzioni (trasformazioni) lineari da $\mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}^n$ e loro rappresentazione matriciale. Traformazioni invertibili. Nucleo di una trasformazione. Isometrie in $\mathbf{R}^2$: rotazioni, simmetrie assiali. Isometrie e matrici ortogonali. Omotetie, affinità. Trasformazioni composte. Autovettori e autovalori di una trasformazione lineare, e loro calcolo. GEOMETRIA DELLO SPAZIO: Prodotto vettoriale e misto: definizione geometrica, calcolo in componenti, proprietà.

	Ripasso di geometria analitica del piano: rette, fasci di rette, circonferenze, distanza punto-retta, distanza fra rette parallele. Equazione cartesiana del piano. Equazione cartesiana e parametrica della retta nello spazio. Rette sghembe. Distanza punto-piano, distanza tra piani, distanza tra rette sghembe. NUMERI COMPLESSI: motivazioni, formalismo $\mathbf{R}^2$, unità immaginaria, regole di calcolo, parte reale e immaginaria, operazione di coniugazione. Proprietà delle operazioni nel campo complesso, definizione di campo algebrico. Divisione di numeri complessi. Il piano di Gauss. Forma trigonometrica dei numeri complessi. Operazioni su numeri complessi in forma trigonometrica. Radici ennesime di numeri complessi, calcolate attraverso la forma trigonometrica. Equazioni complesse che comprendono il coniugato, sia lineari che quadratiche. Equazione dell'ellisse in coordinate polari. Cenni alla forma generale dell'equazione delle coniche e alla loro classificazione.
Attività didattiche previste	Lezioni frontali ed esercitazioni.

Risultati di apprendimento attesi (ILOs)	I risultati di apprendimento attesi sono di seguito riferiti ai descrittori di Dublino: 1. **Conoscenza e comprensione** dei concetti, del formalismo e delle tecniche propri dell'algebra lineare, della geometria analitica dello spazio e dell'algebra dei numeri complessi. Ogni corso di matematica, per la sua sviluppata struttura formale e logica, stimola lo studente a raggiungere una conoscenza precisa e dettagliata delle definizioni, dei simboli, delle operazioni. Le definizioni degli oggetti geometrici (ad es., vettori e spazi vettoriali), pur se basate su concetti intuitivi, sono univoche e strettamente caratterizzate. Effettuare verifiche e dimostrazioni, anche se di carattere elementare, è di fondamentale importanza per testare la propria conoscenza delle proprietà di oggetti astratti, anche tramite i simboli che li rappresentano e la loro sintassi, e di conseguenza della applicabilità di procedure e teoremi (che pure devono essere conosciuti e compresi esattamente nelle loro ipotesi e conseguenze) ad un determinato oggetto formale o classe di oggetti. Tutto questo è fondamentale per la formazione culturale di un ingegnere. 2. **Capacità di applicare conoscenza e comprensione** nell'affrontare esercizi e risolvere

problemi che richiedono la formalizzazione e l'impiego di strumenti e metodi appresi nel corso. Durante tutto il corso si dedica molto tempo allo svolgimento di esercizi, che costituiscono anche all'esame l'elemento principale di valutazione.

3. **Autonomia di giudizio** nell'affrontare con un approccio corretto e metodi adeguati problemi e questioni formalizzabili matematicamente. Tra gli esercizi proposti, e quelli d'esame, ce ne sono alcuni per i quali è evidente quale deve essere l'approccio risolutivo, e dunque testano la conoscenza, la comprensione e la capacità di applicazione; in altri casi, tuttavia, è richiesto uno sforzo di invenzione autonoma per individuare la strategia risolutiva, tra le molte possibili, o inventarne una nuova per analogia.

4. **Abilità comunicative:** Nell'esame scritto non è richiesta la giustificazione scritta di tutti i passaggi, ma l'esperienza indica che anche in matematica la verbalizzazione è importante, e che solo chi elenca e descrive almeno in modo sintetico la procedura svolta è in grado di controllare eventuali errori e superare ostacoli nella risoluzione. In questo senso il docente cercherà di dare l'esempio di una comunicazione per quanto possibile completa, anche usando modi alternativi per esprimere i concetti al fine di eliminare le incomprensioni di natura linguistica. C'è una certa "tolleranza" nelle notazioni grafiche, ad es. quelle usate per indicare vettori, matrici, insiemi di soluzione di equazioni e sistemi, purché conformi ai principali standard internazionali.

5. **Capacità di apprendimento** attraverso l'acquisizione di un formalismo, di strumenti e di metodi necessari per la comprensione dei contenuti di buona parte degli insegnamenti del percorso curricolare.

Metodo d'esame

Valutazione sommativa

Forma	%	Durata	ILOs valutati
Esame scritto	100	3 ore	1-5

Con riferimento ai risultati di apprendimento 1-5, la

	valutazione è basata sui seguenti punti: 1) Lo studente deve capire le domande e porle esattamente nel contesto della teoria spiegata nel corso. 2) Lo studente deve risolvere gli esercizi e giungere al risultato corretto, applicando così la conoscenza e comprensione degli argomenti del corso. 3) Lo studente deve descrivere i calcoli che conducono al risultato finale, dimostrando così la capacità di esercitare giudizi e scelte, evidenziata dalla scelta di adeguati metodi risolutivi. 4) La chiarezza e completezza della descrizione permette una valutazione delle capacità comunicative. 5) Complessivamente, il modo in cui lo scritto è svolto permette di valutare le capacità di apprendimento dello studente; in particolare, permette di capire se lo studente conosce tutto il programma, o alcune parti mancano.
Lingua dell'esame	Italiano
Criteri di misurazione e criteri di attribuzione del voto	La valutazione è espressa mediante un unico voto. Affinchè l'esame sia superato, il voto deve essere maggiore o uguale a 18/30. Sono rilevanti ai fini della valutazione: la scelta di un adeguato metodo di soluzione degli esercizi proposti, la conoscenza delle formule e/o strumenti da applicare e/o impiegare, la logica e la chiarezza dello svolgimento, la capacità di completare correttamente gli esercizi, il numero di esercizi risolti.

Bibliografia fondamentale	M. Abate, C. De Fabritiis, "Geometria analitica. Con elementi di algebra lineare", McGrawHill, 3a Edizione, 2015
Bibliografia consigliata	Günter M. Gramlich, „Lineare Algebra: Eine Einführung“, Carl Hanser Verlag 2011, 2014 P. Maroscia, “Introduzione alla geometria e all'algebra lineare”, Zanichelli

Freie Universität Bozen
Libera Università di Bolzano
Università Liedia de Bulsan

Syllabus
Course description

Course title	**Geometry**
Course code	42124
Scientific sector	MAT/05
Degree	Industrial and Mechanical Engineering L-9
Semester	1º
Year	1º
Academic year	2017-2018
Credits	8
Modular	NO

Total lecturing hours	52
Total lab hours	
Total exercise hours	21
Attendance	recommended
Prerequisites	
Course page	

Specific educational objectives	The course belongs to the area of core fundamental sciences, specifically to the sector of mathematics, informatics and statistics. It is a mandatory course. It aims at providing students with general scientific contents and method characteristic of (1) Linear algebra of vectors and matrices. (2) Analytical geometry of tridimensional space, with vector methods. (3) Complex algebra and equations. The knowledge of these topics is a prerequisite for several other courses, especially Physics, Mathematical Analysis II, Electrotechnics.

Lecturer	Prof. Giovanni Modanese, Building K, Room 1.13, e-mail: Giovanni.Modanese@unibz.it, tel. 0471 017134, https://www.unibz.it/en/faculties/sciencetechnology/academic-staff/person/494-giovanni-modanese
Scientific sector of the lecturer	MAT/07
Teaching language	Italian
Office hours	
Teaching assistant ***(if any)***	No
Office hours	
List of topics covered	**Vector spaces**: operations in V_0^2 , V_0^3 and their properties. Vector space axioms. Linear combination. Basis. Spaces $\mathbf{R}^2$, $\mathbf{R}^3$, $\mathbf{R}^n$. Canonical basis. Isomorphism of a general n-

	dimensional vector space with $\mathbf{R}^n$. Scalar product and norm in $\mathbf{R}^n$. **Matrices.** Definitions and operations. Vector space structure. Basis in $M_{m,n}(\mathbf{R})$. Product. Inverse matrix, transpose matrix and their properties. **Linear systems**. Matrix form, homogeneous case. Dimension of the solution space, Gauss triangulation method. Linear dependence and independence of vectors. **Determinant and rank**. Recursive definition, Laplace rule, properties. Computation of inverse matrices. Rank of a matrix: definition through determinants and linearly independent vectors. **Linear transformations**. Matrix representation. Nucleus. Isometries in $\mathbf{R}^2$: rotations, axial symmetries. Orthogonal matrices. Homothetic and affine transformations. Definition and computation of eigenvalues and eigenvectors of a linear transformation. **Geometry of space**. Vector product, mixed product: geometrical definition, computation in components, properties. Plane analytical geometry: bundles of straight lines, distance point-to-line. Cartesian equation of a plan in space. Cartesian and parametric equation of a straight line in space. Non-intersecting lines. Distance plane-to-point. Distance between planes, distance between non-intersecting lines. **Complex numbers**. Definitions, computational rules, real and imaginary part, conjugate. Properties and operations in the complex field. Complex division. The Gauss plane. Trigonometric form of complex numbers. Operations in trigonometric form. N-roots of complex numbers, computed through the trigonometric form. Equations in a complex variable.
Teaching format	Frontal lectures and exercises.

Learning outcomes	1) **Knowledge and understanding** of concepts, symbolism and techniques of linear algebra, analytical geometry of space, complex algebra. 2) **Applying knowledge and understanding** in solving exercises and problems which require a formalization, tools and methods learned in the course (for example, by solving linear systems, determining the rank and inverse of a matrix, decide whether some vectors are linearly independent, finding the Cartesian and parametric equations of straight lines and planes in space,

	solving an algebraic equation in the complex field). 3) **Making judgments** in tackling with the right approach and convenient tools problems and questions suitable to be formulated mathematically. 4) **Communication skills** in reporting on the calculations in a clear and effective way. This is also essential for the student to be able to check his/her own results and overcome deadlocks in the resolution procedure. 5) **Learning skills** through the acquisition and assimilation of a symbolism, methods and tools which are necessary to understand the content of a consistent part of the courses in this academic curriculum.

Assessment	Written exam, consisting in 8-10 exercises containing various specific questions. **Summative assessment** **Form** | **%** | **Length /duration** | **ILOs assessed** Written exam | 100 | 3 hours | 1-5 With reference to Learning Outcomes 1-5, the assessment is based on the following points: 1) The student must understand the questions and place them exactly in the context of the theory explained in the course. 2) The student must solve the exercises and arrive at the correct result, thus applying the knowledge and understanding of the course issues. 3) The student must describe the calculations which lead to the final result, thus proving the ability of making judgments, this being evidenced by the choice of suitable solving methods. 4) The clarity and completeness of the description allows and evaluation of communication skills. 5) Altogether, the way in which the written examination is worked out allows to assess the learning skills of the student; in particular, it allows to see whether the student masters all the program, or some sections are missing.
Assessment language	Italian
Evaluation criteria and	The evaluation is expressed through a unique mark. For

criteria for awarding marks	the exam to be passed, the mark has to be greater or equal to 18/30. Relevant for assessment are: the identification of a suitable solution method, the knowledge of formulae and/or tools to apply and/or use, the logic and clarity of the arguing, the ability to correctly complete exercises, the number of exercises solved.

Required readings	P. Maroscia, “Introduzione alla geometria e all’algebra lineare”, Zanichelli M. Abate, “Geometria”, McGraw-Hill M. Abate, “Algebra lineare”, McGraw-Hill
Supplementary readings	Günter M. Gramlich, „Lineare Algebra: Eine Einführung“, Carl Hanser Verlag 2011, 2014